

§ 2. Показникова і логарифмічна функції

ною, а отже, кожного свого значення вона набуває тільки один раз. Тому рівняння $f(x) = 1$ має єдиний корінь.

Відповідь: 1.

ПРИКЛАД 8 При яких значеннях параметра a рівняння $4^x - (a + 3) 2^x + 4a - 4 = 0$ має єдиний корінь?

Розв'язання. Нехай $2^x = t$. Маємо:

$$t^2 - (a + 3)t + 4a - 4 = 0.$$

Звідси $t_1 = 4$, $t_2 = a - 1$. Отже, початкове рівняння рівносильне сукупності:

$$\begin{cases} 2^x = 4, \\ 2^x = a - 1. \end{cases}$$

Перше рівняння сукупності має єдиний корінь $x = 2$. Друге рівняння сукупності при кожному значенні параметра a або має один корінь, або взагалі не має коренів.

Для виконання умови задачі друге рівняння сукупності повинно або не мати коренів, або мати єдиний корінь, який дорівнює 2.

Якщо $a \leq 1$, тобто $a - 1 \leq 0$, то рівняння $2^x = a - 1$ коренів не має.

Число 2 є коренем другого рівняння сукупності, якщо $2^2 = a - 1$. Звідси $a = 5$.

Відповідь: $a \leq 1$ або $a = 5$.



Вправи

17.1. Розв'яжіть рівняння:

1) $4^x = 64$;

6) $8^x = 16$;

2) $3^x = \frac{1}{81}$;

7) $0,16^x = \frac{5}{2}$;

3) $0,6^{2x-3} = 1$;

8) $\sqrt{5^x} = 25$;

4) $10^{-x} = 0,001$;

9) $0,25^{x^2-4} = 2^{x^2+1}$;

5) $2^{5-x} = 2^{3x-7}$;

10) $\left(\frac{4}{9}\right)^{x-1} \cdot \left(\frac{27}{8}\right)^{x-1} = \frac{2}{3}$;